2019年度　入学試験問題
（仙台・東京・東海・高松会場）

数　学

（６０分）

〔注　意〕

---

① 問題は$\boxed{1}$～$\boxed{4}$まであります。
② 解答用紙はこの問題用紙の間にはさんであります。
③ 解答用紙には受験番号と氏名を必ず記入のこと。
④ 各問題とも解答は解答用紙の所定のところへ記入のこと。

西大和学園高等学校

数学訂正

1ページ　$\boxed{1}$

誤　（5） 2,3 行目

食塩水 A と食塩水 B をすべて混ぜると 3.8%，食塩水 A と食塩水 C をすべて混ぜると 4.5%になるという。

↓

正　（5）

食塩水 A と食塩水 B をすべて混ぜ合わせた食塩水の濃度は 3.8%，
食塩水 A と食塩水 C をすべて混ぜ合わせた食塩水の濃度は 4.5%になるという。

問題は次のページから始まります。

1 次の各問いに答えよ。

(1) $x=\dfrac{1}{\sqrt{20}+\sqrt{19}}$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{20}-\sqrt{19}}$ のとき，$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}$ の値を求めよ。

(2) $\sqrt{108-3n}$ が整数となるような自然数 n の値をすべて求めよ。

(3) 放物線 $y=ax^2\,(a>0)$ と傾きが $\dfrac{3}{2}$ の直線が 2 点 A，B で交わっている。線分 AB の中点の x 座標が 1 であるとき，a の値を求めよ。

(4) 整数 1，2，3，4，5 を 1 つずつ書いた 5 個の玉が入った袋と，整数 −1，−3，−5 を 1 つずつ書いた 3 個の玉が入った箱がある。袋の中から 2 個，箱の中から 1 個を同時に取り出して入れかえたとき，袋の中の 4 個，箱の中の 4 個の玉に書かれている整数の和が等しくなる確率を求めよ。

(5) 濃度 3 %の食塩水 A を a (g)，濃度 4 %の食塩水 B を b (g)，濃度 5 %の食塩水 C を c (g) 用意する。食塩水 A と食塩水 B をすべて混ぜると 3.8 %，食塩水 A と食塩水 C をすべて混ぜると 4.5 %になるという。このとき，$a:b:c$ を最も簡単な整数の比で表せ。また，3 つの食塩水 A，B，C をすべて混ぜ合わせた食塩水の濃度を求めよ。

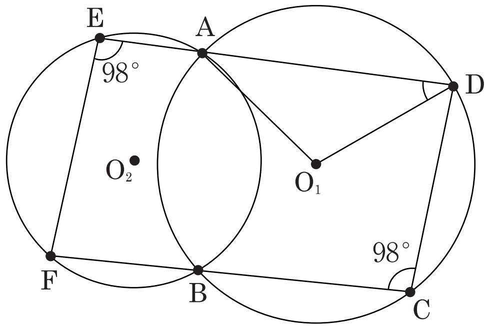
計算用紙

※切り離してはいけません。

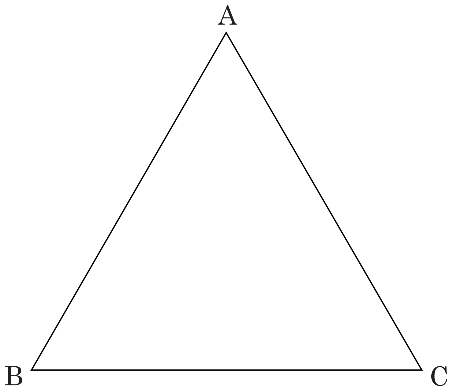
問題は次のページへ続きます。

2 次の各問いに答えよ。

(1) 下の図のように，中心を O_1 とする円 C_1 と中心を O_2 とする円 C_2 が 2 点 A，B で交わっており，さらに円 C_1 上に 2 点 C，D，円 C_2 上に 2 点 E，F をとる。線分 DE が点 A を，線分 CF が点 B をそれぞれ通り，$\angle \mathrm{AEF} = \angle \mathrm{BCD} = 98^\circ$，$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = \overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ となるとき，$\angle \mathrm{O_1DA}$ の大きさを求めよ。



(2) 下の図のような，1 辺の長さが 2 の正三角形 ABC の外周及びその内部を自由に動く点 P を考える。△PAB，△PBC，△PCA のうち，少なくとも 1 つが直角三角形となるように動くとき，点 P が動く部分の長さを求めよ。



計算用紙

※切り離してはいけません。

問題は次のページへ続きます。

(3) 下の図 1 のような，縦の長さが 2 ，横の長さが 6 の長方形を折り曲げて，すべての辺の長さが 2 であるふたのない正三角柱 ABC−DEF を作り，平らな床の上に置く。この三角柱の上に半径 2 の球を図 2 のようにのせたところ，球は 3 辺 AB，BC，CA のすべてに接した。このとき，床と球の中心との距離を求めよ。

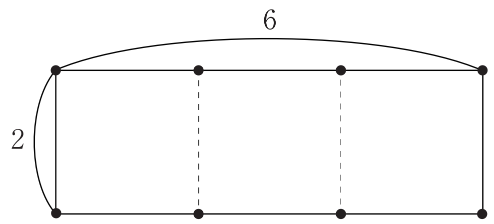


図 1

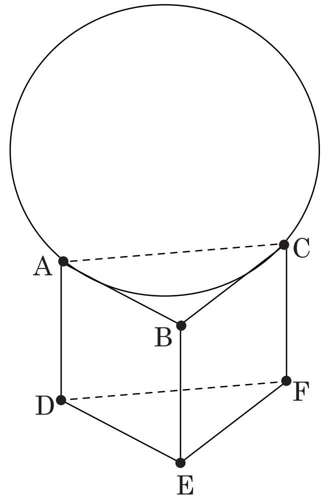
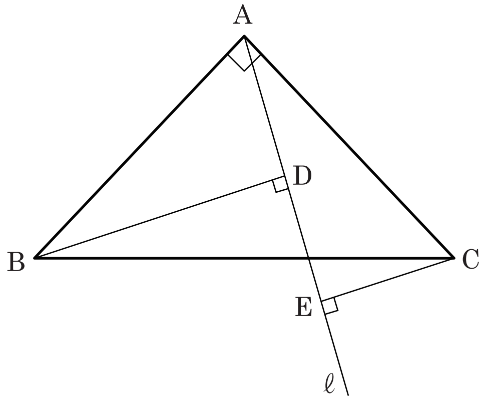


図 2

(4) 下の図の△ ABC は，AB = AC，∠A = 90° の直角二等辺三角形である。頂点 A を通り，辺 BC と交わる直線 ℓ に，頂点 B，C から垂線を引き，ℓ との交点をそれぞれ D，E とする。ただし，∠BAE ＞∠CAE とする。このとき，BD = CE + DE であることを証明せよ。



計算用紙

※切り離してはいけません。

問題は次のページへ続きます。

$\boxed{3}$

放物線 $C_1 : y = ax^2\,(a > 0)$，放物線 $C_2 : y = -\dfrac{1}{2}x^2$ と直線 $\ell : y = -\dfrac{3}{2}x$，直線 $m : y = 2x$ がある。図のように，直線 ℓ が放物線 C_1，C_2 と原点以外で交わる点をそれぞれ A，B とし，直線 m が放物線 C_1，C_2 と原点以外で交わる点をそれぞれ C，D とすると，OA : OB = OC : OD = 1 : 2 となった。さらに，直線 AC と y 軸との交点を E とし，直線 BE と放物線 C_2 との交点を F とする。このとき，次の各問いに答えよ。

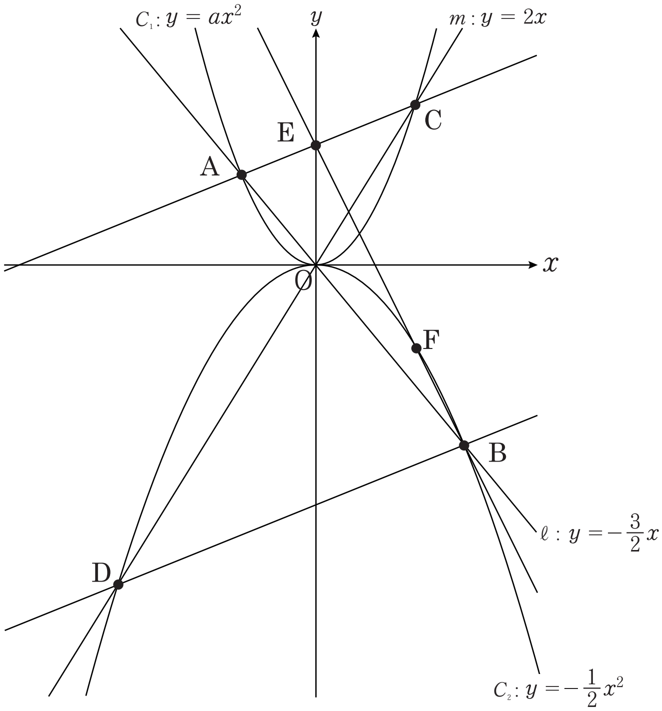
(1) 点 D の座標を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

(3) 点 F の座標を求めよ。

(4) △ EDB と△ FEC の面積比を求めよ。

(5) 次に放物線 $C_3 : y = bx^2\left(b < -\dfrac{1}{2}\right)$ を描き，放物線 C_3 と直線 ℓ, m との交点をそれぞれ P，Q とすると，四角形 PQDB の面積と△ OAC の面積は等しくなった。このとき，b の値を求めよ。



計算用紙

※切り離してはいけません。

問題は次のページへ続きます。

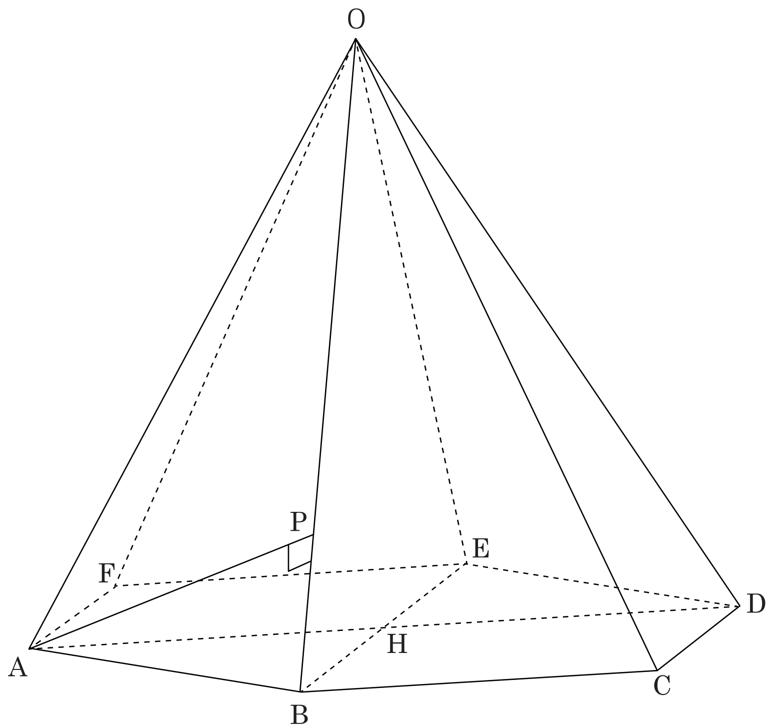
4 下の図は，一辺の長さが 4 の正六角形を底面とする正六角錐 O－ABCDEF である。側面は全て合同な二等辺三角形であり，OA ＝ 8 である。点 A を通り辺 OB に垂直な直線と辺 OB との交点を P，線分 AD と線分 BE との交点を H とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分 OH の長さを求めよ。

(2) 線分 AP の長さを求めよ。

(3) 四面体 PABH の体積を求めよ。

(4) 3 点 P, A, D を通る平面でこの立体を切ったとき，切断されてできた 2 つの立体のうち，B を含む方の体積を求めよ。



計算用紙

※切り離してはいけません。